

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
 Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
 Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
 www.en-dynamei.gr

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 28 ΜΑΡΤΙΟΥ 2021**

**Α' ΜΕΡΟΣ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

A1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x+3}{x^2-1} & , \text{αν } x < -1 \\ \kappa x + \mu & , \text{αν } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{x-\sqrt{2-x}}{x-\sqrt{x}} & , \text{αν } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ .

Να βρείτε τις τιμές των  $\kappa, \mu \in \mathbb{R}$  ώστε να υπάρχουν τα όρια:  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

A2. Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)f(x)+\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \frac{25}{4}$

Να βρείτε αν υπάρχουν τα όρια:

i.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$   
 ii.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x)-3f(x)}{\sqrt{f(x)+1}-2}$

A3. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3}+x+1}{\sqrt{x+3}+\sqrt[3]{x+3}-2}$ .

**Μονάδες(10-8-7)**

**ΘΕΜΑ Β**

B1. Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει:

$$f^2(x) \leq 2xf(x) + \eta\mu^2x - 2\chi\eta\mu x \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

B2. Δίνεται περιττή συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x+3) = 4$ . Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$ .

B3. Αν για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $4\sqrt{x} \leq f(x) \leq x+4$  να αποδειχθούν:

i.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8$   
 ii.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-8}{x-4} = 1$   
 iii.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x)-64}{x-4} = 16$   
 iv.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{f(x)+1}-3}{x-4} = \frac{1}{6}$   
 v.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|f(x)-5|-3}{x^2-5x+4} = \frac{1}{3}$

**Μονάδες(8-7-10)**

## **B' ΜΕΡΟΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ**

### **ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Έστω η πολυωνυμική εξίσωση  $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$ , με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος  $\rho \neq 0$  είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε να αποδείξετε ότι ο  $\rho$  είναι διαιρέτης του σταθερού όρου  $\alpha_0$ .

(Μονάδες 5)

**Γ2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1) Αν εξίσωση  $2x^9 + ax^5 - bx + 8 = 0$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$  έχει ρίζα τον ακέραιο  $\rho > 5$ , τότε  $\rho = 8$ .

2) Η εξίσωση  $5x^6 + ax^2 + bx + 3 = 0$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$  έχει το πολύ δύο ακέραιες ρίζες.

3) Αν η εξίσωση  $ax^6 + bx^4 + \gamma x^2 + \delta = 0$ ,  $\alpha \neq 0$  έχει ρίζα το  $\rho$ , τότε θα έχει ρίζα και το  $-\rho$ .

4) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7$  τέμνει τον θετικό ημιάξονα  $Ox$ .

5) Αν η εξίσωση  $ax^3 + bx^2 + \gamma x + 4 = 0$ ,  $\alpha \neq 0$  δεν έχει ρίζα κανέναν από τους αριθμούς  $\pm 1, \pm 2, \pm 4$ , τότε είναι αδύνατη.

(Μονάδες 5)

**Γ3.** Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i)  $\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - 5x + 6 = 0$ .

(Μονάδες 3)

ii)  $\sqrt{x+7} = 5 - \sqrt{6-x}$ .

(Μονάδες 3)

**Γ4.** Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις:

i)  $\frac{3x^2 - 6x + 2}{x - 2} - \frac{2}{x^2 - 3x + 2} \geq \frac{-x^2 + 5x - 6}{1 - x}$ .

(Μονάδες 5)

ii)  $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} \leq 0$ .

(Μονάδες 4)

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση  $f(x) = x^4 - 8x^3 + (5\alpha - 1)x^2 + 8x - 3\alpha - \beta$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύουν:

- η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον  $x'x$  στο  $-1$
- η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(-2, 105)$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 3$  και  $\beta = 6$ . **(Μονάδες 5)**

**Δ2.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$ . **(Μονάδες 8)**

**Δ3.** Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $C_f$  βρίσκεται κάτω από τον  $x'x$ . **(Μονάδες 6)**

**Δ4.** Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης:

$$\Pi = f(-\sqrt{3}) \cdot f\left(\frac{1821}{2021}\right) \cdot f(\sqrt{5}) \cdot f\left(\frac{10}{\sqrt{10}}\right) \cdot f(28)$$

αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

**(Μονάδες 6)**

**Εν Δυνάμει**

Οι διδάσκοντες Μαθηματικών  
σάς ευχόμαστε **ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**  
και καλή επάνοδο στις τάξεις σας...